Лабораторная работа 2.

«Исследование кода Хемминга»

**Цель работы**:

1.Исследовать корректирующие свойства и алгоритм работы кодера и декодера Хемминга.

2.Совершенствовать методику проведения экспериментальных исследований и анализа полученных результатов.

3.Прививать навыки работы с вычислительной техникой.

**Приборы и оборудование:**

1.Персональные компьютеры.

2.Программа схемотехнического моделирования *Electronics Workbench*

1. **Исследование кодера Хемминга.**

**1. 1. Краткие теоретические сведения о коде Хемминга**

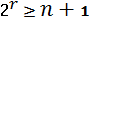
Известно, что код Хемминга к систематическим блочным кодам. Рассмотрим код Хэмминга. Групповой (*n*, *k*) − код, матрица проверок которого *M(n,* k) имеет строк 2*r*−1 столбцов, причем столбцами *M(n,* k) являются все ненулевые *r* − разрядные двоичные последовательности, *называется кодом Хэмминга*. Минимальное расстояние такого кода *dmin*=3, т. е. кодом исправляются все одиночные ошибки. Таким образом, код Хэмминга полностью задается количеством проверочных элементов *r* в кодовой комбинации. Порядок формирования *r* проверочных элементов определяется задаваемым алгоритмом обнаружения и исправления искаженного элемента, т. е. требованием, предъявляемым к синдрому. Одним из таких требований является следующее: синдром – двоичное *r -* разрядное число, записанное по результатам 1, 2, …, *r*-й проверок, − должен указывать номер искаженного разряда кодовой комбинации.



Так как число элементов кодовых комбинаций *,* а число разрядов искомого двоичного числа *r*, то согласно изложенному должно соблюдаться неравенство:



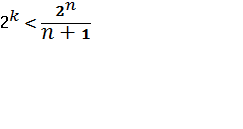
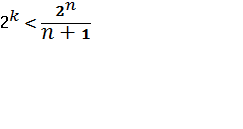
(1.1)



Единица в правой части учитывает случай отсутствия искажений. Подставляя в , получим:



(1.2)



где *n* и *k* могут принимать только целые значения. Неравенство является исходным при определении длины кодовой комбинации по заданному числу информационных элементов.

Теперь, исходя из изложенного требования к формированию проверочных элементов, определим, какие из рядов кодовых комбинаций должны охватываться каждой из *r* проверок. Обозначим результат каждой проверки через *П*.

Пусть *П*1=1**.** Это значит, что один из элементов кодовой комбинации, охватываемых первой проверкой, искажен. Наличие 1 в младшем разряде синдрома *S*=П4П3П2 1 указывает, что искомый искаженный элемент является нечетным, так как единицу в первом разряде имеют все нечетные числа, следовательно, они и должны охватываться первой проверкой:

 (1.3)

где  − знак суммирования по модулю 2.

Результат второй проверки П2 определяет второй разряд синдрома. Находим все числа, имеющие единицу во втором разряде. Таковым является 2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15… Следовательно, вторая проверка должна охватывать разряды :

 (1.4)

Рассуждая аналогичным образом, найдем последовательность разрядов, охватываемых третьей, четвертой, пятой и т. д. проверками, опираясь на таблицу 1.1.

Т а б л и ц а 1.1- Номера проверяемых разрядов кода Хемминга

|  |  |
| --- | --- |
| Номер проверки | Номера проверяемых разрядов |
| 1 | **1**,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21… |
| 2 | **2**,3,6,7,10,11,14,15,18,19,22… |
| 3 | **4**,5,6,7,12,13,14,15,20,21,22… |
| 4 | **8**,9,10,11,12,13,14,15,24,25,26… |
| 5 | **16**,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26… |
| 6 | **32**,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42… |

Теперь определим, какие позиции кодовых комбинаций занимают проверочные разряды, а какие – информационные. При этом необходимо помнить, что в каждую последовательность элементов, охватываемых проверкой, должен входить только один проверочный элемент. Сопоставляя все последовательности таблицы 1.1, видим, что элемент *а*1 входит только в первую проверку, элемент *а*2 – только во вторую, элемент *а*4 – только в третью, элемент *а*8 – только в четвертую и т. д. *Следовательно, каждый первый элемент является проверочным, так как он входит только в соответствующую проверку.* Эти элементы формируются на передаче.

На приемной стороне декодер результатам *r-*проверок вычисляет синдромы *S.* Если синдром *S* нулевой, значит ошибки нет, а если синдром *S* ненулевой, то вид синдрома указывает на номер искаженного разряда

При проверке возможны три случая:

1) ошибок нет; все проверки равны нулю;

2) одиночная ошибка; проверка равна единице, а первые *r* проверок указывают номер искаженного разряда;

3) двойная ошибка; последняя проверка равно нулю, а хотя бы одна из *r* проверок равна единице.

Следовательно, двойная ошибка, не исправляемая кодом, обнаруживается только тогда, хотя бы одна из первых *r*-проверок не равна нулю, а результат последней проверки равен нулю.

1. **Исследование алгоритма работы кодека Хемминга**

*Задача:* Построить код Хемминга и провести проверку кодовой комбинации *1010110*. Данную комбинацию необходимо передать на приемный конец в качестве информационной посылки.

Для построения комбинации кода Хемминга (11,7) необходимо определить правило проведения проверок таким образом, чтобы синдром *S* указывал на номер ошибочно принятого символа. Для этого предположим сначала, что младший разряд синдрома равен «1». Из ряда двоичных чисел видно, что в этом случае проверкой *П*1 должны быть охвачены все нечетные символы. Далее предположим, что синдром имеет «1» во втором разряде, значит проверкой *П*2 должны быть охвачены те разряды, номера которых в двоичном виде имеют «1» во втором разряде. Рассуждая аналогично, найдем правило формирования для остальных проверок *П3 и П4* .

S = П4П3П2П1

1) S = П4П3П21



2) S = П4П31П1



3) S= П41П2П1



4) S= 1П3П2П1



Для определения, какие из символов комбинаций являются информационными, а какие проверочные используется следующее правило: так как число проверок равно числу проверочных символов, каждый из проверочных символов должен присутствовать только в одной проверке. К таким символам относятся **1, 2, 4, 8** (см. таблицу 1.1). То есть, проверочный символ *j1* располагается на месте *а*1 , *j2* на месте разряда *а*2, *j3* – на месте *а*4 , и *j4* на месте *а*8.  (таблица 2.1)

Находим проверочные символы:

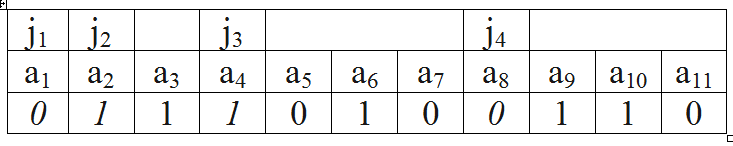


Записываем синдром *S* проверки:



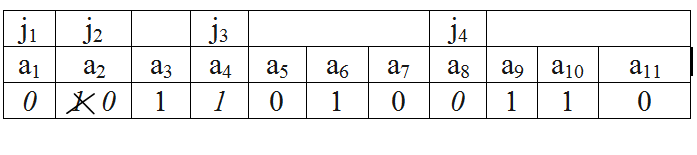
Таким образом, построенная комбинации кода Хемминга (11,7), содержащая информационные и проверочные символы, приведена в таблице 2.1.

Т а б л и ц а 2.1 –Комбинация кода Хемминга (11,7)



В случае возникновения ошибки (например, во втором символе, см. таблица 2.2 ), для ее исправления необходимо:

Т а б л и ц а 2.2– Ошибочно принятая комбинация кода Хемминга (11,7)



1. Посчитать значения проверок



2. Записать синдром проверки

*S* = П4П3П2П1 =0010 – двоичная двойка

3. Поменять символ в позиции, на которую указал синдром проверки, на противоположный.

Рассмотренный код Хемминга (11,7) обеспечивает исправление всех одиночных ошибок и обнаружение двойных. Это свойство необходимо исследовать на практике.

Индивидуальные задания представлены в таблице 2.3

Индивидуальные задания

Таблица 2.3

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вариант | Передаваемая комбинация.  7 информационных символов  i1, i2, i3, i4, i5, i6, i7 | Ошибки в канале передачи |
| 1 | 1010101 | 0 (без ошибок), 5,7 |
| 2 | 0111000 | 0 (без ошибок), 3,9 |
| 3 | 1000110 | 0 (без ошибок), 1,8 |
| 4 | 0011001 | 0 (без ошибок), 5,10 |
| 5 | 1101000 | 0 (без ошибок),6,8 |
| 6 | 1010001 | 0 (без ошибок), 6,11 |
| 7 | 1000011 | 0 (без ошибок), 1,10 |
| 8 | 0111001 | 0 (без ошибок), 7, 9 |
| 9 | 1100011 | 0 (без ошибок), 4, 8 |
| 10 | 0011100 | 0 (без ошибок), 6, 11 |
| 11 | 1010101 | 0 (без ошибок), 3, 8 |
| 12 | 0111000 | 0 (без ошибок), 8, 4 |
| 13 | 1000110 | 0 (без ошибок), 7, 9 |
| 14 | 0011001 | 0 (без ошибок), 1,10 |
| 15 | 1101000 | 0 (без ошибок), 6,11 |
| 16 | 1010001 | 0 (без ошибок),6,8 |
| 17 | 1000011 | 0 (без ошибок), 5,10 |
| 18 | 1000011 | 0 (без ошибок), 1,8 |
| 19 | 0111001 | 0 (без ошибок), 3,9 |
| 20 | 0011100 | 0 (без ошибок), 5,7 |

Порядок оформления отчета.

1. Исследование работы кодера Хемминга.

2. Исследование работы декодера Хемминга при отсутствии ошибок (помех) в канале связи.

3. Исследование работы декодера Хемминга при наличии ошибок (помех) в канале связи.

Задание 1. Исследование работы кодера Хемминга

1.1 Записать передаваемую комбинацию из 7 информационных символов i1, *i2, i3, i4, i5, i6, i7* в таблицу 2.4 согласно варианту.

1.2 Рассчитать проверочные символы *j1  j2 j3 j4*по формулам и занести в таблицу.

1.3 Записать в таблицу комбинацию кода Хемминга (11,7): a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7 a8 a9 a10 a11

a1 = j1 a2 =j2 a3 =i1 a4= j3 a5 =i2 a6 =i3 a7 = i4 a8 =j4 a9 = i5 a10 = i6 a11 = i7

1.4 Проверить работу кодера Хемминга на компьютерной модели.

Задание 2. Исследование работы декодера Хемминга

при отсутствии ошибок (помех) в канале связи.

2.1 Записать в таблицу принятую комбинацию кода Хемминга (11,7).

2.2 Рассчитать синдром проверки *S = П4П3П2П1* . Занести результаты в таблицу 2.5

2.3 Проверить работу декодера Хемминга на компьютерной модели.

Задание 3. Исследование работы декодера Хемминга

при наличии ошибок (помех) в канале связи.

3.1 Записать в таблицу 2.6а принятую комбинацию кода Хемминга (11,7).

3.2 Ввести ошибку в одну позицию кодовой комбинации согласно варианту.

3.3 Рассчитать синдром проверки S = *П4П3П2П1* .

3.4 Проверить работу декодера Хемминга на компьютерной модели.

3.5 Повторить пункты 3.1, 3.2, 3.3, 3.4 для второй ситуации (наличие ошибки в другом символе) согласно варианту. Данные внести в таблицу 2.6б.

Содержание отчета

1. По каждому из 3 заданий представить таблицу, формулы с расчетами, схему компьютерного моделирования.

2. По заданию 3 представляются таблицы, расчеты и схемы по обеим заданным ошибкам.

3. Сделать общие выводы о проделанных исследованиях

При оформлении отчета можно использовать стандартизированную форму Отчета в Приложении 1.

Пример оформления Отчета представлен в Приложении 2

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Отчет

**Задание 1. Исследование работы кодера Хемминга**

Т а б л и ц а 2.4 – Передаваемая комбинация. 7 символов. Комбинация кода Хемминга (11,7).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Передаваемая комбинация.  7 символов |  | | i1 |  | i2 | i3 | i4 |  | i5 | i6 | i7 |
|  |  |  |  |  |  |  |
| Проверочные символы | j1 | j2 |  | j3 |  | | | j4 |  | | |
|  |  |  |  |
| Комбинация кода Хемминга  (11,7). | a1 | a2 | a3 | a4 | a5 | a6 | a7 | a8 | a9 | a10 | a11 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Находим проверочные символы:

a1= a3⊕a5⊕a7⊕a9⊕a11=\_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_ =\_\_

a2 = a3⊕a6⊕a7⊕a10⊕a11 = \_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

a4 = a5⊕a6⊕a7 = \_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

a8= a9⊕a10⊕a11= \_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

Представить скриншот компьютерного моделирования.

**2. Исследование работы декодера Хемминга**

**при отсутствии ошибок (помех) в канале связи.**

Т а б л и ц а 2.5 –Комбинация кода Хемминга (11,7). Декодер Хемминга . Без ошибки

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| j1 | j2 |  | j3 |  | | | j4 |  | | | Синдром ошибки | | | | Номер ошибки (дес) |
| a1 | a2 | a3 | a4 | a5 | a6 | a7 | a8 | a9 | a10 | a11 | П4 | П3 | П2 | П1 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

посчитать значения проверок. записать синдром проверки

П1 = a1⊕a3⊕a5⊕a7⊕a9⊕a11 = \_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

П2 = a2⊕a3⊕a6⊕a7⊕a10⊕a11 = \_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

П3 = a4⊕a5⊕a6⊕a7 = \_\_⊕ \_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

П4 = a8⊕a9⊕a10⊕a11= \_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

*S* = П4П3П2П1 =\_\_ \_\_ \_\_ \_\_

Представить скриншот компьютерного моделирования.

**3. Исследование работы декодера Хемминга**

**при наличии ошибок (помех) в канале связи.**

Т а б л и ц а 2.6а –Комбинация кода Хемминга (11,7). Декодер Хемминга. Ошибка в разряде \_\_

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| j1 | j2 |  | j3 |  | | | j4 |  | | | Синдром ошибки | | | | Номер ошибки (дес) |
| a1 | a2 | a3 | a4 | a5 | a6 | a7 | a8 | a9 | a10 | a11 | П4 | П3 | П2 | П1 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

посчитать значения проверок. записать синдром проверки

П1 = a1⊕a3⊕a5⊕a7⊕a9⊕a11 = \_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

П2 = a2⊕a3⊕a6⊕a7⊕a10⊕a11 = \_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

П3 = a4⊕a5⊕a6⊕a7 = \_\_⊕ \_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

П4 = a8⊕a9⊕a10⊕a11= \_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

*S* = П4П3П2П1 =\_\_ \_\_ \_\_ \_\_

Т а б л и ц а 2.6б –Комбинация кода Хемминга (11,7). Декодер Хемминга. Ошибка в разряде \_\_

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| j1 | j2 |  | j3 |  | | | j4 |  | | | Синдром ошибки | | | | Номер ошибки (дес) |
| a1 | a2 | a3 | a4 | a5 | a6 | a7 | a8 | a9 | a10 | a11 | П4 | П3 | П2 | П1 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

посчитать значения проверок. записать синдром проверки

П1 = a1⊕a3⊕a5⊕a7⊕a9⊕a11 = \_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

П2 = a2⊕a3⊕a6⊕a7⊕a10⊕a11 = \_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

П3 = a4⊕a5⊕a6⊕a7 = \_\_⊕ \_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

П4 = a8⊕a9⊕a10⊕a11= \_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

*S* = П4П3П2П1 =\_\_ \_\_ \_\_ \_\_

Представить скриншот компьютерного моделирования.

Выводы по лабораторной работе:

1.

2.

3.

.

.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Пример отчета

Отчет

Задание 1. Исследование работы кодера Хемминга

Т а б л и ц а 1– Передаваемая комбинация. 7 символов. Комбинация кода Хемминга (11,7).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Передаваемая комбинация.  7 символов |  | | i1 |  | i2 | i3 | i4 |  | i5 | i6 | i7 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| Проверочные символы | j1 | j2 |  | j3 |  | | | j4 |  | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| Комбинация кода Хемминга  (11,7). | a1 | a2 | a3 | a4 | a5 | a6 | a7 | a8 | a9 | a10 | a11 |
| *0* | *1* | 1 | *1* | 0 | 1 | 0 | *0* | 1 | 1 | 0 |

Находим проверочные символы:

a1= a3⊕a5⊕a7⊕a9⊕a11=\_1\_⊕\_0\_⊕\_0\_⊕\_1\_⊕\_0\_ =\_0\_

a2 = a3⊕a6⊕a7⊕a10⊕a11 = \_1\_⊕\_1\_⊕\_0\_⊕\_1\_⊕\_0\_ = \_1\_

a4 = a5⊕a6⊕a7 = \_0\_⊕\_1\_⊕\_0\_ = \_1\_

a8= a9⊕a10⊕a11= \_1\_⊕\_1\_⊕\_0\_ = \_0\_

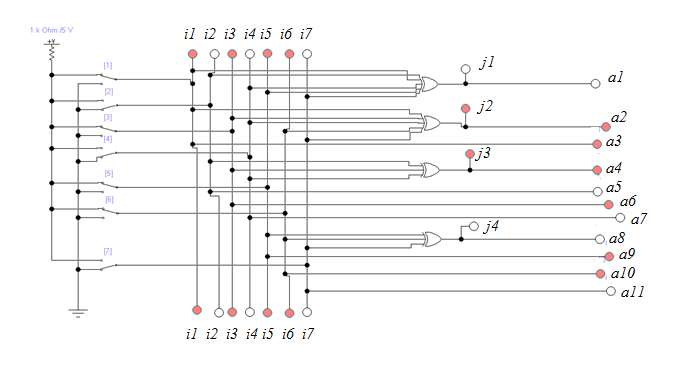


Рисунок 1 − Кодер Хемминга

Задание 2. Исследование работы декодера Хемминга

при отсутствии ошибок (помех) в канале связи.

Т а б л и ц а 2–Комбинация кода Хемминга (11,7). Декодер Хемминга . Без ошибки

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| j1 | j2 |  | j3 |  | | | j4 |  | | | Синдром ошибки | | | | Номер ошибки (дес) |
| a1 | a2 | a3 | a4 | a5 | a6 | a7 | a8 | a9 | a10 | a11 | П4 | П3 | П2 | П1 |  |
| *0* | *1* | 1 | *1* | 0 | 1 | 0 | *0* | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | нет |

посчитать значения проверок. записать синдром проверки

П1 = a1⊕a3⊕a5⊕a7⊕a9⊕a11 = \_0\_⊕\_1\_⊕\_0\_⊕\_0\_⊕\_1\_⊕\_0\_ = \_0\_

П2 = a2⊕a3⊕a6⊕a7⊕a10⊕a11 = \_1\_⊕\_1\_⊕\_1\_⊕\_0\_⊕\_1\_⊕\_0\_ = \_0\_

П3 = a4⊕a5⊕a6⊕a7 = \_\_⊕ \_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

П4 = a8⊕a9⊕a10⊕a11= \_\_⊕\_\_⊕\_\_⊕\_\_ = \_\_

*S* = П4П3П2П1 =\_0\_ \_0\_ \_0\_ \_0\_

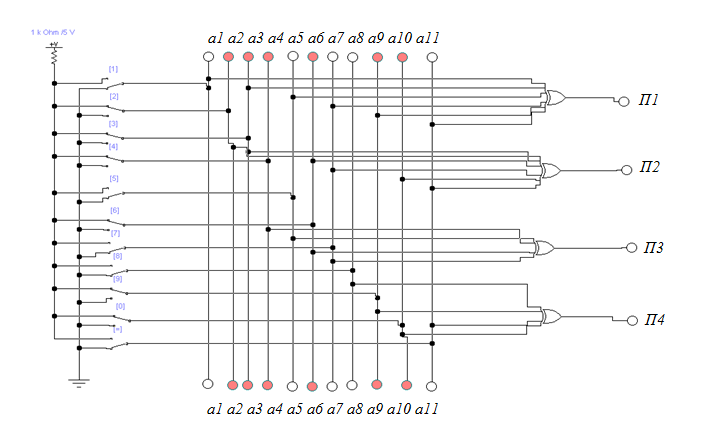


Рисунок 2 − Декодер Хемминга. Прием без ошибки

Задание 3. Исследование работы декодера Хемминга

при наличии ошибок (помех) в канале связи.

Т а б л и ц а 3.1–Комбинация кода Хемминга (11,7). Декодер Хемминга. Ошибка в разряде 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| j1 | j2 |  | j3 |  | | | j4 |  | | | Синдром ошибки | | | | Номер ошибки (дес) |
| a1 | a2 | a3 | a4 | a5 | a6 | a7 | a8 | a9 | a10 | a11 | П4 | П3 | П2 | П1 |  |
| *0* | *1 0* | 1 | *1* | 0 | 1 | 0 | *0* | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 |

посчитать значения проверок. записать синдром проверки

П1 = a1⊕a3⊕a5⊕a7⊕a9⊕a11 = \_0\_⊕\_1\_⊕\_0\_⊕\_0\_⊕\_1\_⊕\_0\_ = \_0\_

П2 = a2⊕a3⊕a6⊕a7⊕a10⊕a11 = \_0\_⊕\_1\_⊕\_1\_⊕\_0\_⊕\_1\_⊕\_0\_ = \_1\_

П3 = a4⊕a5⊕a6⊕a7 = \_1\_⊕ \_0\_⊕\_1\_⊕\_0\_ = \_0\_

П4 = a8⊕a9⊕a10⊕a11= \_0\_⊕\_1\_⊕\_1\_⊕\_0\_ = \_0\_

*S* = П4П3П2П1 =\_0\_ \_0\_ \_1\_ \_0\_

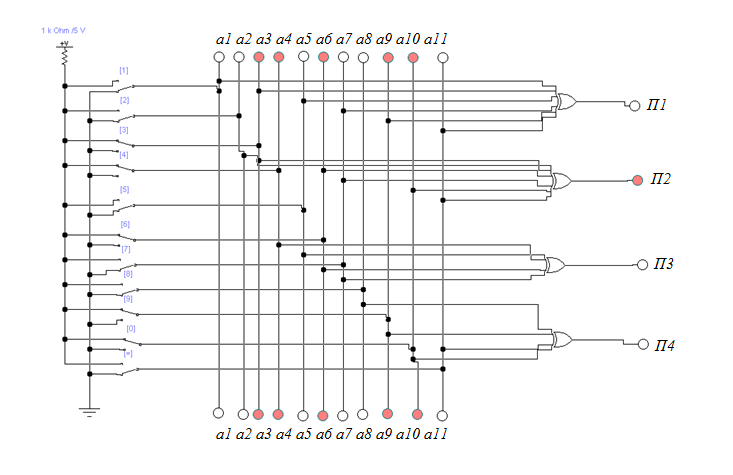


Рисунок 3 − Декодер Хемминга с ошибкой во 2 разряде

Т а б л и ц а 3.2 –Комбинация кода Хемминга (11,7). Декодер Хемминга. Ошибка в разряде 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| j1 | j2 |  | j3 |  | | | j4 |  | | | Синдром ошибки | | | | Номер ошибки (дес) |
| a1 | a2 | a3 | a4 | a5 | a6 | a7 | a8 | a9 | a10 | a11 | П4 | П3 | П2 | П1 |  |
| *0* | *1* | 1 | *1* | 0  1 | 1 | 0 | *0* | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 5 |

посчитать значения проверок. записать синдром проверки

П1 = a1⊕a3⊕a5⊕a7⊕a9⊕a11 = \_0\_⊕\_1\_⊕\_1\_⊕\_0\_⊕\_1\_⊕\_0\_ = \_1\_

П2 = a2⊕a3⊕a6⊕a7⊕a10⊕a11 = \_1\_⊕\_1\_⊕\_1\_⊕\_0\_⊕\_1\_⊕\_0\_ = \_0\_

П3 = a4⊕a5⊕a6⊕a7 = \_1\_⊕ \_1\_⊕\_1\_⊕\_0\_ = \_1\_

П4 = a8⊕a9⊕a10⊕a11= \_0\_⊕\_1\_⊕\_1\_⊕\_0\_ = \_0\_

*S* = П4П3П2П1 =\_0\_ \_1\_ \_0\_ \_1\_

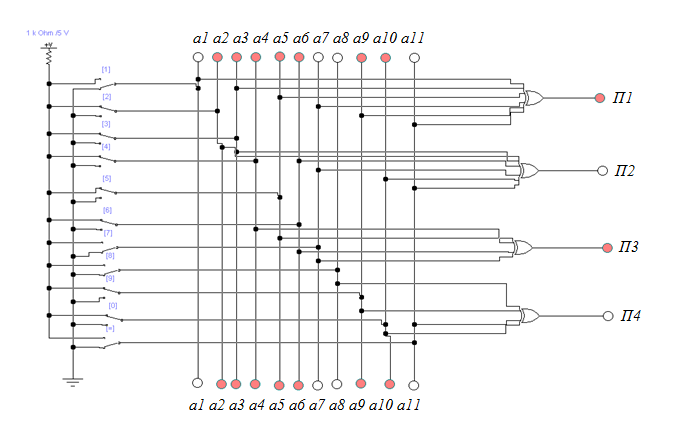


Рисунок 4− Декодер Хемминга с ошибкой в 5 разряде

Выводы…….